Sesión sobre Teoría de Números

José Manuel Sánchez Cuadrado

08/11/2019

Ejercicio 1. (2008) Probar que $2222^{5555} + 5555^{2222}$ es un múltiplo de 7.

Ejercicio 2. (2008) Probar que para todo entero positivo n, $n^{19} - n^7$ es divisible por 30.

Ejercicio 3. (2010) Hallar todos los números naturales n que verifican la condición:

$$\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2n}{3} \right\rfloor = n + 335,$$

donde $\lfloor x \rfloor$ denota la parte entera de x.

Ejercicio 4. (2012) Consideremos el número entero positivo

$$n = 2^r - 16^s$$

donde r y s son también enteros positivos. Hallar las condiciones que deben cumplir r y s para que el resto de la división de n por 7 sea 5.

Ejercicio 5. (2013) Hallar todas las soluciones enteras (x, y) de la ecuación

$$y^k = x^2 + x$$

donde k es un número entero mayor que 1.

Ejercicio 6. (2011) Calcula todos los números enteros a, b, c tales que $a^2 = 2b^2 + 3c^2$.

Ejercicio 7. (2014) Hallar las soluciones enteras de la ecuación

$$x^4 + y^4 = 3x^3y.$$

Ejercicio 8. (2006) Encontrar razonadamente dos números enteros positivos a y b, tales que:

- b^2 sea múltiplo de a.
- a^3 sea múltiplo de b^2.
- b^4 sea múltiplo de a^3.
- a^5 sea múltiplo de b^4.
- b^6 no sea un múltiplo de a^5.

Ejercicio 9. Probar que todo primo p distinto de 2 y 5 divide a un número n formado solamente por $''1''$ (en base 10). ¿Hay alguna relación entre p y el número de cifras de n?